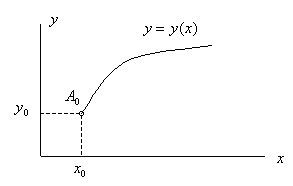
**30. Методы типа Рунге-Кутты. Примеры.**

Формулировка задачи Коши для ДУ 1-го порядка: Дано ОДУ первого порядка, разрешенное относительно производной:

 (1). Необходимо найти решение (1), удовлетворяющее начальному условию (2). То есть, в задаче Коши необходимо найти кривую , проходящую через заданную точку .

Решение задачи Коши является частным решением (1) при условии (2). Достаточные условия существования и единственности задачи Коши содержатся в следующей теореме:

Теорема 1: Пусть функция - правая часть ДУ (1) - непрерывна вместе со своей частной производной в некоторой области D на плоскости {x, y}. Тогда при любых начальных значениях задача Коши (1) - (2) имеет единственное решение.

При выполнении условий теоремы через точку проходит единственная кривая.

Метод Рунге-Кутта 1-го порядка (Метод Эйлера): Рассмотрим задачу Коши , ; . Зададим равномерную сетку: , где . Введем обозначения . **Тогда имеем вычислительную формулу для метода Рунге-Кутта 1-го порядка**: , где . Данная формула позволяет, начиная от начального условия найти последовательно величины с шагом h и, таким образом, решить задачу Коши.

**Погрешность метода:** , где - точное решение, - численное решение, , . Метод Эйлера - метод первого порядка точности.

Метод Рунге-Кутта 2-го порядка точности: На равномерной сетке имеем формулу Рунге-Кутта второго порядка точности: (3) .

**Погрешность метода: .**

Метод Рунге-Кутта 4-го порядка точности: Вычислим интеграл в (3) по формуле Симпсона. Получим вычислительную формулу:

**Погрешность метода:**

Схемы Рунге-Кутта имеют ряд достоинств:

1. Все они (кроме метода Эйлера) имеют хорошую точность;
2. Они являются явными, то есть значения вычисляются по ранее найденным значениям ;
3. Схемы допускают введение переменного шага h;

**Источник:** <http://orloff.am.tpu.ru/chisl_metod_labs_2/Lab2/teoriya.htm>